

# Modelos de crecimiento de grietas por fatiga<sup>1</sup>

## Models of fatigue crack growth

A. A. Andrade, W. A. Mosquera y L. V. Vanegas

Recibido Abril 20 de 2015 – Aceptado Septiembre 23 de 2015

**Resumen**—Este artículo estudia los diferentes modelos de crecimiento de grietas por fatiga, exponiendo una breve descripción histórica. Siguiendo la línea cronológica en el desarrollo de la investigación, hace especial énfasis en la ley de Paris y luego estudia algunos modelos específicos que, en general, corresponden a investigaciones de punta realizadas por diversos grupos, en el ámbito internacional. El objetivo principal es analizar y discutir las ventajas y desventajas de los diferentes modelos, teniendo en cuenta condiciones como la facilidad de aplicación, la disponibilidad de datos y la validez con respecto a los resultados experimentales.

**Palabras clave**—mecánica de fractura, fatiga, crecimiento de grietas, Ley de Paris, microgrietas, macrogrietas, elementos finitos.

**Abstract**— In this work, different models of fatigue crack growth are studied; a brief historical description on this subject is also provided. The research on this topic is described chronologically; however, emphasis is made on the model proposed by Paris. Then, a number of models that, in general, correspond to cutting-edge research conducted by various international research groups are studied. The main aim of this work is to analyze and discuss the advantages and disadvantages of the different models, taking into account criteria such as ease of application, data availability, and correlation with experimental results.

**Key words** — fracture mechanics, fatigue, crack growth, Paris Law, microcracks, macrocracks, finite elements.

### I. INTRODUCCIÓN

EN la actualidad, la mayoría de componentes de maquinaria presentan discontinuidades o entallas, las cuales generalmente aparecen por su proceso de fabricación y condiciones de funcionamiento. Debido a las cargas cíclicas, con el tiempo, estas discontinuidades provocan la aparición de grietas, las cuales generan gran concentración de esfuerzos que podrían producir fallas en la pieza. El estudio del efecto del esfuerzo aplicado, tamaño de la grieta, geometría de la pieza y velocidad de crecimiento de grieta sobre el crecimiento de grietas por fatiga es de gran interés para la comunidad científica.

En el proceso de crecimiento de grieta por fatiga, se presentan tres etapas hasta la rotura de la pieza [1]. Estas etapas, para materiales dúctiles, son:

1. Periodo de nucleación e inicio de la grieta en la zona donde la concentración de esfuerzos provoca deformaciones plásticas cíclicas. Esta etapa no siempre se presenta, ya que el material puede contener imperfecciones tipo grieta.
2. Crecimiento de la grieta en la zona plástica donde se originó.
3. Propagación de la grieta en la pieza, fuera del campo de concentración de esfuerzos donde se originó, hasta producir el fallo final.

En este trabajo se estudian diferentes modelos de crecimiento de grietas por fatiga. En el capítulo II se presenta una breve reseña histórica, en orden cronológico, de los modelos desarrollados para determinar el crecimiento de grietas por fatiga. El capítulo III describe la Ley de Paris, indicando el rango en que puede aplicarse y los rangos

<sup>1</sup>Este trabajo es producto del proyecto de investigación “Modelado de crecimiento de grietas por fatiga por ludimiento”, perteneciente al grupo de investigación Procesos de manufactura y diseño de máquinas, vinculado a la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Tecnológica de Pereira.

A. A. Andrade, Ingeniero Mecánico, Candidato a M.Sc. en Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira (Colombia); correo e.: aaandrade@utp.edu.co.

W. A. Mosquera, Ingeniero Mecánico, Candidato a M.Sc. en Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira (Colombia); correo e.: wamosquera@utp.edu.co.

L. V. Vanegas, Ingeniero Mecánico, M.Sc., Ph.D., Profesor Titular de la Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira (Colombia); correo e.: lvanegas@utp.edu.co.

en los que esta ley no es aplicable. Los capítulos IV a VII presentan diferentes modelos basados en la Ley de Paris, en elementos finitos, en ensayos no destructivos y en la zona cohesiva. El capítulo VIII presenta una comparación de los modelos mostrando sus ventajas y desventajas. Finalmente, las conclusiones son presentadas en el capítulo IX.

## II. DESCRIPCIÓN HISTÓRICA DE LAS TEORÍAS DE CRECIMIENTO DE GRIETA POR FATIGA

Los primeros estudios con cargas cíclicas en elementos mecánicos se desarrollaron en 1829, cuando el ingeniero W. Albert sometió cadenas elevadoras de material a sucesivas cargas y descargas [2]. En los años 1850, el ingeniero August Wöhler [3] estudió las causas que provocaban fallas por fatiga en los ejes de las ruedas de trenes. La importancia de este trabajo fue establecer los conceptos del límite de fatiga y la gráfica esfuerzo vs. número de ciclos. Posteriormente, Gerber [4], Goodman [5] y Soderberg [6] estudiaron la falla por fatiga cuando se superponen cargas estáticas a las cíclicas.

En el año 1921, Griffith [7] estudió la fractura en el vidrio y estableció una teoría sobre el crecimiento inestable de grietas en materiales frágiles. En el año 1940, Miner expuso una teoría para determinar la acumulación de daño por fatiga [8], teniendo como base los aportes realizados por el ingeniero Palmgren [9] [10]. Luego, Weibull [11] [12] empieza a realizar los primeros análisis estadísticos para caracterizar la resistencia.

En los años 1950, el ingeniero George Irwin [13] introdujo el término factor de intensidad de esfuerzos ( $K$ ) el cual cuantifica el campo de esfuerzos alrededor de una grieta y puede expresarse como

$$K = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

Donde  $a$  es el tamaño de la grieta (por ejemplo, la longitud de una grieta de borde),  $\sigma$  es el esfuerzo remoto aplicado y  $Y$  es un factor geométrico que depende de la geometría, el tipo de carga y las dimensiones del elemento.

En los años 1960, los ingenieros Coffin y Manson [14] estudiaron el comportamiento a la fatiga para la condición de alto número de ciclos y su principal contribución fue el diagrama amplitud de la deformación vs. número de ciclos.

Neuber [15], Peterson [16] y Stowell [17] investigaron diversas teorías para calcular el tiempo de vida por fatiga y determinaron el comportamiento de las deformaciones plásticas en piezas con diferentes tipos de discontinuidades. En 1961, el ingeniero Paul C. Paris [18] estudió la relación entre la velocidad de crecimiento de la grieta  $\frac{da}{dN}$  y la variación del factor de intensidad de esfuerzos  $\Delta K$ , encontrando una relación muy acertada según los datos experimentales para tamaños de grieta superiores a un milímetro [19], las cuales se denominan grietas medianas y grietas grandes, pero el

modelo de Paris no daba aproximaciones reales a problemas que involucraban grietas pequeñas.

En 1975, Pearson [20] investigó el crecimiento de microgrietas por fatiga para valores entre  $10\mu\text{m}$  y  $100\mu\text{m}$ , como alternativa al estudio de Paris. Su estudio concluyó que la velocidad de propagación de la grieta era mucho menor, si se comparaba con los resultados obtenidos al emplear la ley de Paris. Autores como Kitagawa y Takahashi [21] determinaron los tamaños de grietas para los cuales la Mecánica de Fractura Elástica Lineal (LEFM) no arrojaba resultados confiables al tratar de describir la propagación de la grieta.

Diversas investigaciones [22] [23] han demostrado que el comportamiento de las microgrietas está fuertemente relacionado con la microestructura cristalina del material. La relación entre la microgrieta y los bordes de grano, la influencia de las orientaciones cristalinas del grano y el tipo de material son factores determinantes para la propagación de grietas pequeñas [24].

## III. LEY DE PARIS

### A. Antecedentes

Se entiende por fatiga aquellas situaciones en las que componentes estructurales y mecánicos están sometidos a niveles cíclicos de carga, inferiores a la resistencia máxima (estática) de la pieza, que conllevan a un fallo. Uno de los objetivos en el diseño de fatiga consiste en desarrollar un método para predecir la propagación de grietas, que relacione las propiedades del material con las características geométricas y las diferentes condiciones de carga [25]. Hasta los años sesenta, los métodos de predicción tenían la forma:

$$\frac{da}{dN} = \alpha \cdot \Delta\sigma^p \cdot a^q$$

Donde  $\alpha$ ,  $p$  y  $q$  son constantes experimentales,  $\Delta\sigma$  es la variación del esfuerzo remoto aplicado y  $N$  es el número de ciclos. En 1963, Paris y Erdogan [18] determinaron que para una variación de cargas cíclicas, la variación del factor de intensidad de esfuerzos ( $\Delta K$ ) es el parámetro que caracteriza el crecimiento de grietas por fatiga.

$$\Delta K = K_{max} - K_{min}$$

Donde  $K_{max}$  y  $K_{min}$  son los valores máximo y mínimo del factor de intensidad de esfuerzos (si  $K_{min}$  es negativo se toma igual a cero en la ecuación anterior). Por lo tanto:

$$K_{max} = Y \cdot \sigma_{max} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad ; \quad K_{min} = Y \cdot \sigma_{min} \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

$$\Delta K = Y \cdot \Delta\sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad ; \quad \Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

Los valores  $\sigma_{max}$  y  $\sigma_{min}$  son los esfuerzos máximo y mínimo de cada ciclo (si,  $\sigma_{min} < 0$ ,  $\sigma_{min}$  se toma igual a cero).

*B. Ley de Paris*

Paris propuso una ley empírica basada en los conceptos de LEFM, la cual unificaba todos los datos experimentales de crecimiento de grietas por fatiga, descritos solo parcialmente por los modelos anteriores [18]. Esta ley se expresa:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K)^m$$

Donde el término  $\frac{da}{dN}$  es el incremento de la longitud de la grieta por cada ciclo de fatiga y  $\Delta K$  es la variación del factor de intensidad de esfuerzos. Para fatiga por tracción el término  $\Delta K$  se refiere al factor de intensidad de esfuerzos en Modo I.  $C$  y  $m$  son constantes que dependen del material y son obtenidas experimentalmente. La constante  $C$  también puede depender en cierta medida de la relación de cargas ( $R$ ):

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{K_{min}}{K_{max}}$$

La ecuación de Paris se puede escribir en coordenadas logarítmicas, las cuales arrojan como resultado una recta de pendiente  $m$ :

$$\log \frac{da}{dN} = \log C + m \log \Delta K$$

En la Fig. 1, se presentan las tres fases de crecimiento de grieta por fatiga [18]. La utilización de la ecuación en la fase I arroja como resultado una predicción menor a la vida real de la pieza, mientras que en la fase III el crecimiento de grieta se acelera fuertemente. La fase II arroja resultados altamente aproximados; es la fase que presenta mejores condiciones y mayor importancia para diseñador.

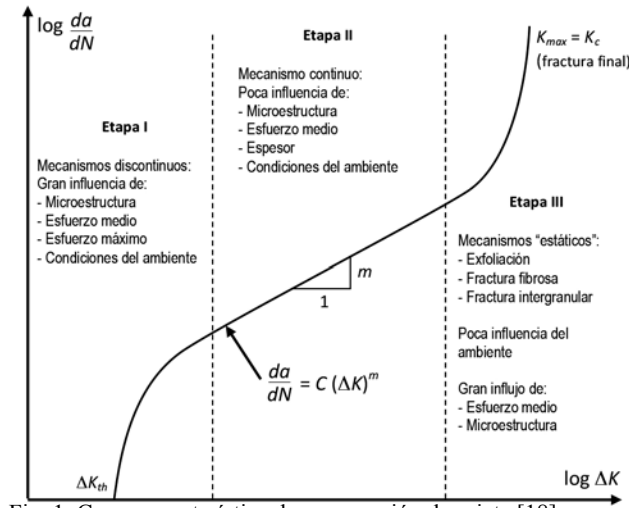


Fig. 1. Curva característica de propagación de grieta [18].

Para cada ciclo de carga, se genera una estriación perpendicular a la dirección de propagación de la grieta y la distancia entre cada estriación es igual al avance en cada ciclo.

No obstante, no todos los materiales presentan estriaciones en la propagación de la fase II. Estas aparecen claramente en metales puros, aleaciones dúctiles y en algunos

polímeros [26]. El fallo final de un componente, en el que una grieta crece por fatiga, sucede cuando el valor  $K_{max}$  es igual al valor crítico  $K_c$ . Cuando  $K_{max}$  se aproxima a  $K_c$  en la fase III, la grieta crece más rápidamente que en la fase II. En 1967, Laird [27] propuso un modelo de crecimiento de grieta para la fase II, basado en el enromamiento del frente de la grieta, asemejándose al tamaño CTOD (*Crack Tip Opening Displacement*) alcanzado en cargas crecientes. Si el campo de esfuerzos en el frente de la grieta está a compresión y la cierra parcialmente, entonces se genera una propagación de grieta en cada ciclo.

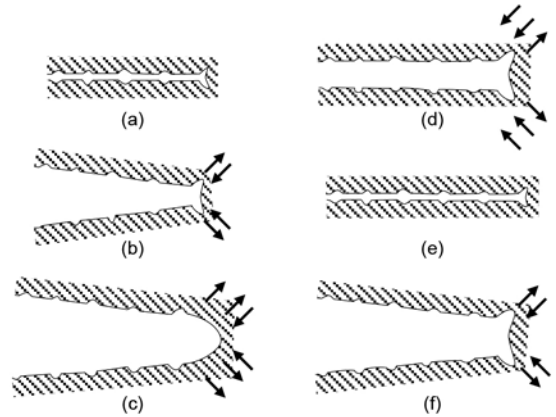


Fig. 2. Esquema del proceso de plastificación y enromamiento del frente de la grieta en la fase II [27].

El modelo de Laird representado en la Fig. 2 [27], se resume así:

- a) Mínima carga
- b) Carga de tracción creciente
- c) Carga de tracción máxima
- d) Inicio del descenso de la carga
- e) Carga mínima del nuevo ciclo
- f) Carga de tracción creciente en el nuevo ciclo

La variación de la abertura de frente de grieta se representa por:

$$\Delta \delta_t = \frac{\Delta K_I^2}{2 \cdot E' \cdot \sigma_y}$$

Aplicando el modelo CTOD, se obtiene:

$$\frac{da}{dN} \approx \Delta \delta_t = \beta \cdot \frac{\Delta K_I^2}{E' \cdot \sigma_y}$$

Siendo:

$\sigma_y$ : resistencia de fluencia

$$E' = E \quad (\text{para esfuerzo plano})$$

$$E' = \frac{E}{1 + \nu^2} \quad (\text{para deformación plana})$$

$\nu$ : módulo de Poisson

$\beta$ : coeficiente que depende del material (endurecimiento).

En la mayoría de casos, al reemplazar los términos se obtiene que  $m \approx 2$ ; pero en algunos materiales, la relación  $\frac{da}{dN}$  es inversamente proporcional a  $\sigma_y$ . Esta ecuación sólo es válida para la fase II de la ley de Paris. Debido a esto, muchos investigadores se enfocaron en determinar el comportamiento de las grietas para la fase I y para la fase III, lo que arrojó gran cantidad de teorías acerca del crecimiento de microgrietas [28] [29] y otras según el tipo de material [30] [31] [32].

#### IV. MODELOS BASADOS EN LA LEY DE PARIS

Diversas investigaciones en todo el mundo [33] [34] [35] tienen como objetivo determinar el comportamiento del crecimiento de grieta por fatiga variando cada término de la ecuación de Paris. Así, algunas investigaciones se enfocan en estudiar el parámetro  $m$  y el parámetro  $C$ , otras se enfocan en estudiar  $\Delta K$  y otras  $\frac{da}{dN}$ . Algunos de estos modelos actuales se exponen a continuación.

##### A. Determinación del exponente "m" de Paris

Para una gran cantidad de casos, el valor del exponente de Paris es  $m \approx 2$ . Pero en realidad, el valor de este exponente arroja resultados en un rango desde 1.5 hasta 4 [36], variando de acuerdo al tipo de material, las condiciones ambientales y el tipo de carga aplicada. Estas constantes no son fáciles de relacionar según el tipo de material.

La ecuación de Paris no fue la primera ley en describir el crecimiento de grieta por fatiga. La primera ley se atribuye a la Organización Australiana de Protección de la Ciencia y la Tecnología (*Australian Defence Science and Technology Organisation*- DSTO) que expresó la ley de la siguiente forma:

$$\ln(a) = \psi \cdot N_L = \ln(a_0)$$

Donde  $\psi$  es un parámetro que depende de la geometría, el material y el tipo de carga;  $a$  es la profundidad de la grieta en el tiempo  $N_L$  y  $a_0$  es la longitud inicial de la grieta cuando el número de ciclos es  $N=0$ . Posteriormente Frost y Dugdale [37] [38] encontraron que  $\psi$  podía ser expresada como:

$$\psi = \Omega \cdot (\Delta\sigma)^\alpha$$

Donde  $\Omega$  es una constante y  $\alpha = 3$ . El modelo de Frost y Dugdale es conocido como "la ley de los esfuerzos cúbicos"; puede escribirse:

$$\frac{da}{dN_L} = \Omega a^1 \cdot (\Delta\sigma)^3$$

La diferencia entre los esfuerzos cuadráticos (*Paris*) y los esfuerzos cúbicos (*Frost y Dugdale*) puede ser determinada graficando las funciones de la forma:

$$y = Ax^2 \quad ; \quad y = Bx^3$$

Las dos curvas pueden ser traslapadas ajustando las constantes  $A$  y  $B$ , para así determinar las variaciones en  $\psi$  y  $C$  de tal forma que coincidan con los resultados experimentales. Recientemente Polak y Zezulka [39] propusieron que la ecuación hallada por DSTO se puede aplicar a microgrietas. Sus experimentos fueron corroborados en aceros inoxidables.

##### B. El modelo de Elber

Este modelo se basa en el concepto de cierre de grieta. El factor  $\Delta K$  es sustituido por el rango de intensidad de esfuerzos efectivo:

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op}$$

Donde  $K_{op}$  es el factor de intensidad de esfuerzos cuando la grieta se abre debido a  $\sigma_{op}$  [40]. Para tratar de incorporar la relación de esfuerzos  $R$ , varios modelos de cerramiento de grieta parciales han sugerido expresar la ecuación de forma uniforme así:

$$\Delta K_{eff} = f(R) \cdot \Delta K$$

Donde  $f(R)$  es una función de la relación de amplitud de carga  $R$ . Sin embargo, para ambos modelos es difícil determinar  $K_{op}$  debido a que está relacionado con la relación de cargas  $R$ .

##### C. El modelo Kujawski

Este modelo no utiliza los conceptos de cerramiento de grieta, sino que implementa una media geométrica de la parte positiva del factor de intensidad de esfuerzos aplicado  $\Delta K^+$  y el valor máximo  $K_{max}$  [41]:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K^*)^m$$

$$\Delta K^* = (K_{max} \cdot \Delta K^+)^{0.5} = (K_{max})^\alpha \cdot (\Delta K^+)^{1-\alpha} = M \Delta K$$

Donde  $\alpha$  es el parámetro de correlación.  $\Delta K^+ = \Delta K$  cuando  $R \geq 0$  y  $\Delta K^+ = \Delta K_{max}$  para  $R < 0$ . Este modelo supone que las cargas cíclicas no contribuyen al crecimiento de grieta por fatiga cuando la relación de carga es negativa.

El parámetro  $\alpha$  se obtiene al graficar la curva logarítmica  $K_{max}$  vs  $K^+$  dado un crecimiento constante  $\frac{da}{dN}$ . Al conocer el valor de  $\alpha$  es posible conocer el valor de  $\Delta K^+$ . Este modelo es válido de acuerdo a los datos experimentales si  $R \geq 0$ .

##### D. El modelo mejorado de Huang

Huang y Moan [42] propusieron un modelo mejorado para determinar el crecimiento de grieta por fatiga, el cual toma los datos obtenidos de las pruebas con diferentes valores de  $R$  y los unifica todos en la curva correspondiente a  $R = 0$ . Este modelo supera las aproximaciones de los valores  $m_0$  para altas relaciones de  $R$  obtenidas por el modelo Kujawski [41]. El método se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{da}{dN} = C_0 \cdot (M \Delta K^*)^{m_0}$$

$$M = \begin{cases} (1-R)^{-\beta_1}, & -5 \leq R < 0 \\ (1-R)^{-\beta} & 0 \leq R < 0.5 \\ (1.05 - 1.4R + 0.6R^2)^{-\beta} & 0.5 \leq R < 1 \end{cases}$$

Donde  $\beta$  y  $\beta_1$  son parámetros dados en [42] y las constantes que dependen del material  $C_0$  y  $m_0$  corresponden a las condiciones para las cuales  $R = 0$ .

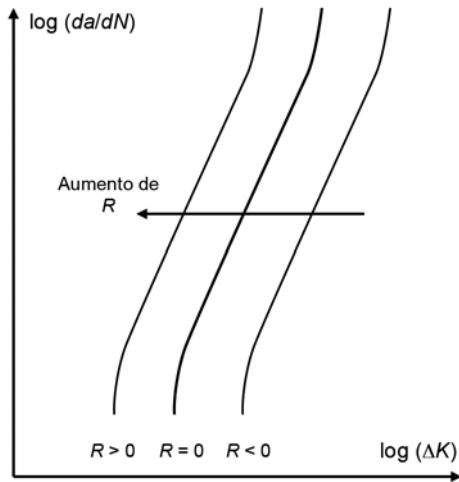


Fig. 3. Representación esquemática del crecimiento de grietas y los diferentes valores de la relación de cargas  $R$  [42].

En este modelo el factor de corrección  $M$  está dado por una función continua a trozos, teniendo valores de  $R$  tanto positivos como negativos. Los valores obtenidos del crecimiento de grieta son muy acertados de acuerdo a los valores obtenidos experimentalmente. No obstante, el modelo posee la gran desventaja de que se desconocen los valores de los parámetros  $\beta$  y  $\beta_1$  (excepto para algunos aceros y aluminios); en el documento donde Huang presenta el modelo no expone la metodología utilizada para calcular dichos parámetros. El modelo sería un éxito si se conocieran más valores de  $\beta$  y  $\beta_1$ .

#### E. Otros modelos

Algunos modelos que se basan en la ley de Paris proponen variar  $\Delta K$  y  $K_{max}$  para analizar la propagación de grietas [43] [44]. Otros presentan mejores correlaciones y proponen modelos de predicción de crecimiento de grieta para diferentes relaciones de carga  $R$  usando los parámetros  $\Delta K^+$  y  $K_{max}$  [45]. Actualmente es un campo de la mecánica de fractura que presenta gran interés para la comunidad científica en el ámbito mundial.

## V. MODELOS BASADOS EN ELEMENTOS FINITOS

Gracias a los grandes avances en la computación, los modelos basados en elementos finitos [46] han sido ampliamente investigados y aplicados en casos de la vida

real [47] [48], arrojando como resultado muy buenas aproximaciones [49]. Los métodos de elementos finitos se derivan en métodos locales y métodos energéticos [50].

Aunque el Método de Elementos Finitos (FEM) es robusto y está muy desarrollado, no permite modelar fácilmente discontinuidades en movimiento como es el caso de la propagación de grieta [51]. La formulación convencional del problema de grieta con FEM requiere mallar la geometría cada vez que la grieta se propague, mientras que el método de los elementos finitos extendidos (XFEM) sólo utiliza una única malla. La gran ventaja de XFEM es que no incluye la grieta en el mallado. [52]

#### A. Métodos locales o directos [53]

Son aquellos que permiten obtener una estimación directa de  $K$ , basada en la correcta representación de los campos singulares [54] de deformaciones en la proximidad del extremo o frente de grieta. La gran ventaja de la implementación de este método es que evita la necesidad de un postproceso [55] [56] de los resultados, ya que usualmente se combina con el método de los elementos singulares. [57]

#### B. Métodos energéticos o indirectos: la integral de contorno $J$ [58]

Bajo las hipótesis de sólido homogéneo con comportamiento elástico, libre de fuerzas por unidad de superficie aplicadas, Rice [58] definió su integral  $J$  según la siguiente ecuación:

$$J = \int_{\Gamma} \left( W dy - T \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot d\Gamma \right)$$

Donde (Fig. 4):

$\Gamma$ : es cualquier camino que rodee el extremo de la grieta, cuyo contorno es ( $\Gamma_t$ )

$W$ : energía de deformación por unidad de volumen

$T$ : vector de tracciones en el contorno  $\Gamma$

$u$ : vector de desplazamientos

$d\Gamma$ : elemento del arco de la curva  $\Gamma$

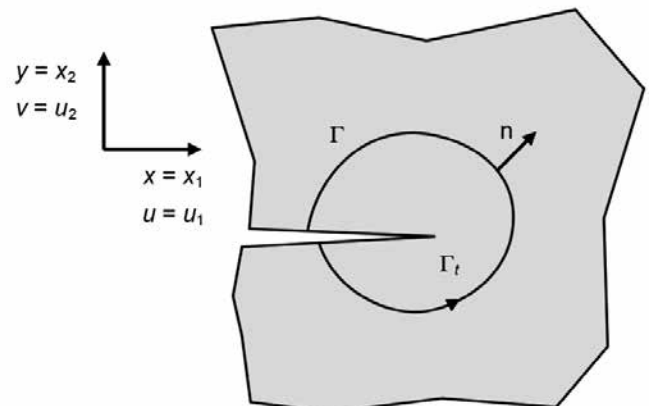


Fig. 4. Grieta en un dominio bidimensional [58].

$$W = W(x, y) = \int_0^\varepsilon \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$$

Donde  $\varepsilon_{ij}$  es el tensor de deformaciones infinitesimales. Por otra parte, las componentes del vector de tracciones  $T$  sobre el contorno  $\Gamma$  se definen en función del vector unitario  $n$  indicado en la Fig. 4.

$$T = \sigma_{ij} \cdot n_j$$

### C. Método de elementos finitos extendido (XFEM)

De manera general, la aproximación de elementos finitos extendida [51] para el caso de una grieta bidimensional es:

$$u_{xfem}(x) = \sum_{i \in J} N_i(x) \cdot u_i + \sum_{i \in J'} N_i H(x) \cdot a_i + \sum_{i \in \kappa} \left[ N_i(x) \sum_{l=1}^4 F_l(x) \cdot b_{il} \right]$$

Donde:

$J$ : conjunto de los nodos no enriquecidos (círculos pequeños en la Fig. 5)

$J'$ : conjunto de los nodos enriquecidos con funciones Heaviside (círculos grandes en la Fig. 5)

$\kappa$ : conjunto de los nodos enriquecidos con funciones de extremo de grieta (cuadros en la Fig. 5)

$F_l(x)$ : funciones de extremo de grieta

$N(x)$ : funciones de forma convencionales

$H(x)$ : función de signo de Heaviside

$b_{il}$ : son los grados de libertad (GDL) añadidos a los nodos marcados a los cuadros

El método es de especial utilidad en el análisis de propagación de grieta al evitar el problema del remallado, ofreciendo buenos resultados.

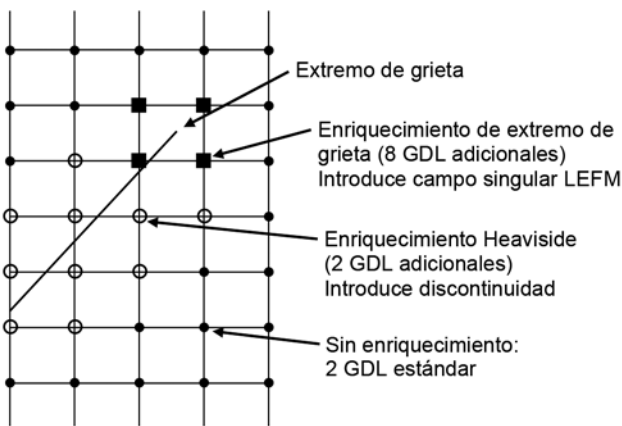


Fig. 5. Malla con XFEM mostrando los nodos enriquecidos con las funciones de Heaviside y las de extremo de grieta [52].

### D. Análisis FEM y XFEM en 3D

Algunos modelos más refinados de crecimiento de grieta por fatiga que se basan en las metodologías de elementos finitos se han enfocado en estudiar el comportamiento tridimensional del fenómeno físico. Debido a la complejidad matemática y metodológica, sólo se realizará una breve descripción de dichos modelos.

· *Estudio de crecimiento de grietas por fatiga en 3D usando técnicas de remallado [59]*

Este modelo utiliza la teoría FEM basada en el método de la integral  $J$  y su contribución principal es aplicar técnicas avanzadas de remallado por zonas con el fin de estudiar la influencia de varios factores como la forma de la grieta y el cerramiento de ella.

Los resultados numéricos son comparados con datos experimentales para esfuerzos de torsión, flexión pura y combinados. Si no se tiene en cuenta el modelo de cerramiento de grieta, el modelo no arroja resultados confiables respecto a los datos experimentales, principalmente para estados de esfuerzo combinados. La gran desventaja de este método consiste en modelar y simular el crecimiento de grietas largas no planas.

· *Modelado en 3D del crecimiento de grietas usando métodos de partición de unidades [60]*

Esta metodología propone utilizar técnicas de libre mallado aplicadas al rastreo de crecimiento de grieta (Fig. 6). El modelo de Galerkin es propuesto en detalle e implementado en el contexto de XFEM.

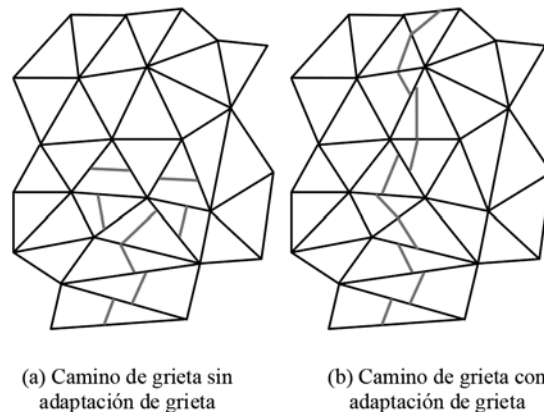


Fig. 6. Técnica de rastreo del crecimiento de grieta [60].

Este modelo arroja buenas aproximaciones comparadas con los resultados experimentales, especialmente para piezas que involucren una gran deformación y fragmentación.

El inconveniente del modelo radica en establecer las condiciones para el cerramiento en el frente de la grieta y las condiciones de dominio de ésta. El modelo por sí mismo no proporciona información acertada acerca del factor de intensidad de esfuerzos  $K$  alrededor de la grieta en 3D, lo cual limita mucho su implementación en aplicaciones industriales.

## VI. MODELOS BASADOS EN ENSAYOS NO DESTRUCTIVOS

Actualmente algunos grupos de investigación estudian diferentes metodologías de crecimiento de grieta basadas en ensayos no destructivos (END). Estos modelos utilizan

pruebas de ultra sonido, análisis de rayos X y técnicas foto-elásticas para medir el crecimiento de grieta por fatiga y en muchas ocasiones determinar el tipo de material fracturado. A continuación se exponen dos metodologías donde se implementan END.

#### A. Caracterización del crecimiento de grietas por fatiga del acero RAFM usando técnicas de emisión acústica [61]

Esta investigación fue desarrollada para entender las diferentes sub-etapas observadas en el crecimiento de grietas por fatiga y los diferentes umbrales de la ley de Paris, usando la técnica de las emisiones acústicas. Esta metodología se basa puramente en ensayos experimentales y tiene la ventaja de arrojar datos reales de algunos materiales. La mayor desventaja es que requiere de costosos equipos de laboratorio para poder ejecutarlas y elaborados diseños de experimentos para diferentes tipos de material.

#### B. Análisis de la morfología de grieta y patrones de fatiga térmica usando tomografías de rayos x [62]

En Nilsson *et al.* [62], se utilizan rayos x para caracterizar el daño causado por fatiga térmica en un acero para tuberías tipo 316L. En esta metodología se usa una probeta de sección circular, la cual se somete a carga axial; se usa una resistencia que induce calentamiento en la probeta. Los daños observados son geoméricamente complejos cuando se tienen grietas circunferenciales y axiales en 3D.

Este método tiene la ventaja de obtener resultados experimentales muy precisos, los cuales serían muy difíciles de obtener por medio de cálculos teóricos debido a la gran complejidad en la distribución y orientación de las grietas.

La principal desventaja para la implementación de este método está relacionada con los altos costos de los equipos involucrados en el desarrollo del experimento y la puesta a punto en el laboratorio.

### VII. MODELOS BASADOS EN LA ZONA COHESIVA

Esta metodología se basa en el método de los elementos finitos [63]. Se expone en un capítulo independiente debido a que es un modelo ampliamente investigado. [64] [65]

En los materiales elásticos y frágiles se supone que no hay fuerzas de cohesión entre las caras de la grieta. En los materiales elastoplásticos simples (o sin endurecimiento por deformación) se supone que pueden existir zonas de cohesión iguales al límite de fluencia entre el fondo de la grieta y cierta profundidad de la pieza, esta región es denominada zona cohesiva [66].

Esta metodología fue desarrollada con el fin de estudiar la fractura súbita de materiales como el hormigón y las rocas y posteriormente fue combinada con los elementos finitos con el fin de tratar de predecir el crecimiento de grieta por fatiga

para sólidos isótropos [67]. Estos modelos se denominaron modelos no lineales de mecánica de fractura y están basados en dos conceptos íntimamente ligados: ablandamiento por deformación (*strain softening*) y un criterio de localización. [68].

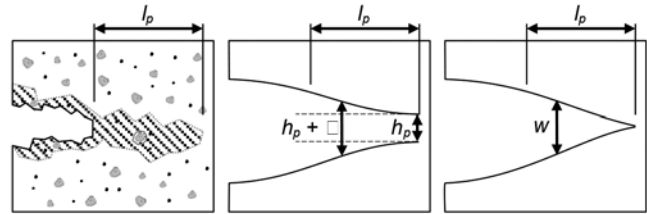


Fig. 7. Ilustración grieta con zona cohesiva [68].

A partir de los parámetros elásticos y de fractura se definen dos magnitudes llamadas: abertura característica de grieta ( $\omega_{ch}$ ) y longitud característica ( $l_{ch}$ ).

Donde:

$G_f$ : energía de fractura, la cual depende del tipo de material

$\sigma_f$ : esfuerzo de fluencia

$E$ : módulo de elasticidad

Los parámetros  $\omega_{ch}$  y  $l_{ch}$  son útiles para reducir las dimensiones estructurales a forma adimensional y dan lugar a los números de fragilidad estructural, que cuantifican la fragilidad de un elemento dado. [69]

Es de resaltar que aún no se ha podido obtener una teoría completamente general. La teoría está completamente desarrollada para sólidos isótropos para modo I (modo de apertura).

El comportamiento de una grieta para sólidos anisótropos, modos mixtos o sollicitación no monótonica está todavía sujeto a especulación.

### VIII. COMPARACIÓN ENTRE LOS MODELOS PRESENTADOS

Para finalizar, la tabla I presenta un listado de los modelos de crecimiento de grietas por fatiga, descritos anteriormente, con sus ventajas y desventajas.

### IX. CONCLUSIONES

En este artículo se hizo una revisión de los principales modelos existentes de crecimiento de grietas por fatiga. Se expusieron de forma concisa las diferentes metodologías utilizadas para modelar el crecimiento de grietas por fatiga, teniendo en cuenta sus facilidades de aplicación, la disponibilidad de datos y la validez respecto a los resultados experimentales.

En el capítulo VIII se compararon los diferentes modelos, presentando los resultados generales de ventajas y desventajas. Con esta revisión del estado del arte y el análisis de las características de los diferentes modelos, se concluye

que con las condiciones actuales, la ley de Paris parece ser el método matemático a usar en un contexto práctico, aunque sus resultados son aproximados. Otros modelos más refinados podrían usarse en la medida en que se disponga de

suficiente información experimental. El método de elementos finitos extendido puede usarse en conjunto con la ley de Paris u otras leyes más refinadas para modelar geometrías y condiciones complejas de crecimiento de grietas por fatiga.

TABLA I. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS MODELOS DE CRECIMIENTO DE GRIETAS

MODELO	VENTAJAS	DESVENTAJAS
LEY DE PARIS	Este modelo arroja buenas aproximaciones comparadas con los resultados experimentales, especialmente para piezas que involucran una gran deformación y fragmentación.	No aplica para todos los tipos de materiales. Sólo es válido si LEFM es válida. No arroja resultados confiables acerca del periodo de nucleación y crecimiento de microgrietas, ni tampoco de grietas pequeñas.
ABERTURA DE GRIETA (CTOD)	Este modelo es teórico, de fácil aplicación ya que depende de factores geométricos y según el tipo de material. Presenta una buena aproximación al modelo de crecimiento de grieta por fatiga.	Ha sido aplicado en algunos casos experimentales mostrando buenas aproximaciones, pero generalmente es un modelo de uso más teórico. No existen grandes bases de datos experimentales dado el caso de corroborar una aproximación teórica.
ELBER CERRAMIENTO DE GRIETA	Modelo de cerramiento ampliamente usado por metodologías más refinadas. Presenta una excelente aproximación al fenómeno de cerramiento de grieta para resultados teóricos.	Usualmente el factor de intensidad de esfuerzos de apertura de grieta ( $K_{op}$ ) es difícil de calcular. Experimentalmente presenta dificultades al tratar de medir los efectos en la grieta, usualmente se desprecia el efecto de la compresión en el cálculo de crecimiento de grietas por fatiga.
KUJAWSKI	El modelo Kujawski no tiene en cuenta los efectos de cerramiento de grieta, por tanto es de muy fácil aplicación teórica ya que no es necesario calcular el $K_{op}$ . Si $R \geq 0$ presenta mejores aproximaciones teóricas a los resultados experimentales, en comparación con la ley generalizada de Paris.	No es válido si la relación de cargas es menor a cero ( $R < 0$ ).
HUANG MEJORADO	El modelo mejorado de Huang presenta mejores aproximaciones teóricas a los resultados experimentalmente hallados, en comparación con los resultados obtenidos por la ley de Paris, el modelo de Elber y el Kujawski.	No existe disponibilidad de datos para la aplicación del modelo debido a que los parámetros que dependen del material no han sido ampliamente investigados. Es un modelo teórico de difícil implementación.
ELEMENTOS FINITOS (FEM)	Modelo ampliamente investigado. Actualmente es aplicado en todos los casos donde se simulen grietas estáticas. Este modelo es fácilmente aplicable si se utilizan herramientas computacionales. Presenta muy buenas aproximaciones a los resultados experimentalmente hallados.	Este modelo no es aplicable para la propagación de la grietas por fatiga. Es muy difícil de implementar si no se tiene una buena herramienta de cómputo.
ELEMENTOS FINITOS EXTENDIDOS (XFEM)	Este modelo presenta buenas aproximaciones a los resultados experimentales. Es de fácil implementación si se tiene una buena herramienta de cómputo. La mayor ventaja de este método es que no incluye la grieta en el mallado, por tal razón sólo utiliza una única malla. Es indispensable al momento de simular el crecimiento de grieta por fatiga.	Es prácticamente imposible implementar este modelo manualmente. El software que utiliza el modelo es de alto costo. Es necesario tener una buena herramienta computacional ya que consume muchos recursos de cómputo.
FEM-XFEM 3D MEJORADO CON TECNICAS DE REMALLADO	Utiliza la técnica FEM aplicando remallados para cada crecimiento de grieta. Arroja excelentes aproximaciones en comparación con los resultados experimentales. El modelo es independiente del material ya que no utiliza LEFM sino el método de la integral $J$ .	No arroja resultados confiables si no se tiene en cuenta el modelo de Elber, principalmente para estados de esfuerzo combinados. La gran desventaja de este método consiste en modelar y simular el crecimiento de grietas largas no planas.
FEM-XFEM 3D AMPLIADO CON TECNICAS DE PARTICION DE UNIDADES	Este modelo arroja buenas aproximaciones comparadas con los resultados experimentales, especialmente para piezas que involucran una gran deformación y fragmentación.	El modelo no proporciona resultados confiables del factor de intensidad de esfuerzos alrededor de la grieta. Teóricamente es difícil definir las condiciones para el cerramiento de grieta y las condiciones de dominio de ésta.
BASADOS EN ENSAYOS NO DESTRUCTIVOS (END)	Son modelos experimentales basados principalmente en técnicas de rayos x y ultrasonido. Estudian el crecimiento de grieta para condiciones críticas como es el caso de fatiga por ludimiento y fatiga térmica. Proporcionan modelos experimentales que sirven como referencia para comparar la validez de los resultados teóricos.	Los equipos de laboratorio usados para la ejecución de las pruebas son de alto costo, prácticamente sólo los tienen los laboratorios más especializados en el tema.
BASADOS EN LA ZONA COHESIVA	Este modelo fue desarrollado para utilizar en conjunto con FEM y XFEM. Este modelo aplica para todos aquellos materiales donde no es válido implementar LEFM. Metodología ampliamente investigada con excelentes aproximaciones a resultados para el modo I, si el material es isótropo. Altamente aplicable debido a la implementación de parámetros adimensionales.	El modelo no se encuentra completamente desarrollado. No es válido para los modos II y III, ni tampoco es válido para materiales anisótropos.



## REFERENCIAS

- [1] R. L. Norton, *Diseño de Máquinas*, 4ª ed. Mexico: Ed. Prentice-Hall (Pearson), 2011.
- [2] W. Schütz, *A History of Fatigue*, Ottobrun, Germany: Elsevier, 1996, p. 2.
- [3] A. Wohler, "Test to determinate the forces acting on railway carriage axles and capacity of resistance of the axle," *Engineering*, vol. 11, 1871.
- [4] H. Geber, "Bestimmung der zulässigen spannungen in eisenkonstruktionen (Determinación de los esfuerzos admisibles en estructuras de hierro)," *Z. Bayer Arch. Ingenieur-Vereins*, vol. 6, 1874, pp. 101-110.
- [5] J. Goodman, *Mechanics Applied to Engineering*, London: Longmans, Green & Co., 1899.
- [6] K. L. Richards, *Design Engineer's Handbook*, Washington D.C.: CRC Press, Taylor and Francis Group, 2013.
- [7] A. A. Griffith, "The phenomena of rupture and flow in solids," *Philosophical Transactions of Royal Society of London, Series A*, vol. 221, 1921, pp. 163-198.
- [8] S. S. Manson y G. R. Halford, *Fatigue and Durability of Structural Materials*, United States of America: ASM International, 2006.
- [9] A. G. Palmgren, "Die lebensdauer von kugellagern (Durability of ball bearing)," *VDI-Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, vol. 68 (14), 1924, pp. 339-341.
- [10] M. A. Miner, "Cumulative damage in fatigue," *J. Appl. Mech.*, vol. 67, 1945, pp. A159-A164.
- [11] W. Weibull, *Fatigue Testing and Analysis of Results*, Belfast: Pergamon Press, 1961.
- [12] W. Weibull, "A statistical distribution function of wide applicability," *J. Appl. Mech.*, vol. 18, 1951, pp. 293-297.
- [13] G. R. Irwin, "Analysis of stresses and strains near the end of crack traversing a plate," *J. Appl. Mech.*, vol. 24, 1957, pp. 361-364.
- [14] S. S. Manson, "Fatigue: a complex subject-some simple approximations," *Exp. Mech.*, vol. 5 (4), 1965, pp. 193-226.
- [15] H. Neuber, "Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary nonlinear stress-strain law," *J. Appl. Mech.*, vol. 28 (4), 1961, pp. 544-560.
- [16] R. E. Peterson, "Notch Sensitivity," in *Metal Fatigue*, G. Sines & J. L. Waisman, Eds. New York: McGraw-Hill, 1959, pp. 293-306.
- [17] E. Z. Stowell, "Stress and strain concentration in a circular hole in an infinite plate," *Naca Tech.*, Washington, D.C., Tech. Note 2073, 1950.
- [18] P. Paris y F. Erdogan, "A critical analysis of crack propagation laws," *J. Fluids Eng.*, vol. 85 (4), 1963, pp. 528-533.
- [19] R. W. Hertzberg, *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*, 4th ed., U.S.A.: John Wiley & Sons, Inc., 1996.
- [20] S. Pearson, "Initiation of fatigue cracks in commercial aluminium alloys and the subsequent propagation of very short cracks," *Eng. Frac. Mech.*, vol. 7 (2), 1975, pp. 235-240.
- [21] H. Kitagawa y S. Takahashi, "Applicability of fracture mechanics to very small cracks," in *Proc. ASM: Int. Conf. Mech. Behaviour Mat.*, Metalspark, Ohio, 1976, pp. 627-631.
- [22] R. Jones, L. Molent y S. Pitt, "Crack growth of physically small cracks," *Int. J. Fatigue*, vol. 29 (9-11), 2007, pp. 1658-1667.
- [23] C. Vallengano Martin, "Crecimiento de grietas pequeñas por fatiga en componentes con concentradores de tensión," Tesis de Ph.D., Esc. Téc. Sup. Ing. Ind., Univ. Sevilla, Sevilla, 1998.
- [24] C. Vallengano, J. Vázquez, A. Navarro y J. Domínguez, "Modelo micromecánico de crecimiento de grietas pequeñas por fatiga: una aproximación basada en dos condiciones umbrales," *Ana. Mecánica de Fractura*, vol. 25, 2008, pp. 349-354.
- [25] N. Pugno, M. Ciavarella, P. Cornetti y A. Carpinteri, "A generalized Paris' law for fatigue crack growth," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 54 (7), 2006, pp. 1333-1349.
- [26] R. Branco, F. V. Antunes, J. A. Martins Ferreira y J. M. Silva, "Determination of Paris law constants with a reverse engineering technique," *Eng. Failure Analysis*, vol. 16 (2), 2009, pp. 631-638.
- [27] C. Laird, "The Influence of metallurgical structure on the mechanisms of fatigue crack propagation," *Fatigue Crack Propagation ASTM Special Technical Publication 415*, 1967, pp. 131-168.
- [28] J. Geathers, C. J. Torbet, J. W. Jones y S. Daly, "Investigating environmental effects on small fatigue crack growth in Ti-6242S using combined ultrasonic fatigue and scanning electron microscopy," *Int. J. Fatigue*, vol. 70, 2015, pp. 154-162.
- [29] A. Turnbull, S. Zhou y M. Lukaszewicz, "Environmentally assisted small crack growth," *Procedia Materials Science*, vol. 3, 2014, pp. 204-208.
- [30] G. J. Deng, S. T. Tu, Q. Q. Wang, X. C. Zhang y F. Z. Xuan, "Small fatigue crack growth mechanisms of 304 stainless steel under different stress levels," *Int. J. Fatigue*, vol. 64, 2014, pp. 14-21.
- [31] G. M. Owolabi y H. A. Whitworth, "Modeling and simulation of microstructurally small crack formation and growth in notched nickel-base superalloy component," *J. Materials Sc. & Tech.*, vol. 30 (3), 2014, pp. 203-212.
- [32] Y. Zhang, H.-J. Shi, J. Gu, C. Li, K. Kadau y O. Lueckebrock, "Crystallographic analysis for fatigue small crack growth behaviors of a nickel-based single crystal by in situ SEM observation," *Theo. and App. Frac. Mech.*, vol. 69, 2014, pp. 80-89.
- [33] M. Ciavarella, M. Paggi y A. Carpinteri, "One, no one, and one hundred thousand crack propagation laws: A generalized Barenblatt and Botvina dimensional analysis approach to fatigue crack growth," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 56 (12), 2008, pp. 3416-3432.
- [34] B. Farahmand y K. Nikbin, "Predicting fracture and fatigue crack growth properties using tensile properties," *Eng. Frac. Mech.*, vol. 75 (8), 2008, pp. 2144-2155.
- [35] B. E. K. Hachi, S. Rechak, M. Haboussi, M. Taghite y G. Maurice, "Fatigue growth of embedded elliptical cracks using Paris-type law in a hybrid weight function approach," *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 336 (4), 2008, pp. 390-397.
- [36] L. Molent, M. McDonald, S. Barter y R. Jones "Evaluation of spectrum fatigue crack growth using variable amplitude data," *Int. J. Fatigue*, vol. 30 (1), 2008, pp. 119-137.
- [37] N. E. Frost, K. J. Marsh y L. P. Pook, *Metal Fatigue*, Oxford: Oxford University Press, 1974.
- [38] N. E. Frost y D. S. Dugdale, "The propagation of fatigue cracks in sheet specimens," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 6 (2), 1958, pp. 92-110.
- [39] J. Polak y P. Zeszka, "Short crack growth and fatigue life in austenitic-ferritic duplex stainless steel," *Fatigue Fracture Eng. Mat. Struc.*, vol. 28 (10), 2005, pp. 923-935.
- [40] W. Elbert, "The significance of fatigue crack closure," *ASTM STP*, vol. 486, 1971, pp. 230-243.
- [41] D. Kujawski, "HYPERLINK "http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142112301000238" A new  $(\Delta K + K_{max})^{0.5}$  driving force parameter for crack growth in aluminum alloys," *Int. J. Fatigue*, vol. 23 (8), 2001, pp. 733-740.
- [42] X. Huang y T. Moan, "Improved modeling of the effect of R-ratio on crack growth rate," *Int. J. Fatigue*, vol. 29 (4), 2007, pp. 591-602.
- [43] S. Stoychev y D. Kujawski, "Analysis of crack propagation using  $K$  and  $K_{max}$ ," *Int. J. Fatigue*, vol. 27, 2005, pp. 1425-1431.
- [44] N. Pugno, P. Cornetti y A. Carpinteri, "New unified laws in fatigue: from the Wöhler's to the Paris' regime," *Eng. Frac. Mech.*, vol. 74, 2007, pp. 595-601.
- [45] S. Dinda y D. Kujawski, "Correlation and prediction of fatigue crack growth for different R-ratios using  $K_{max}$  and  $K^+$  parameters," *Eng. Frac. Mech.*, vol. 71, 2004, pp. 1779-1790.
- [46] V. B. Watwood Jr., "The finite method for prediction of crack behavior," *Nuclear Eng. Design*, vol. 11 (2), 1970, pp. 323-332.
- [47] R. Jones, L. Molent y K. Krishnapillai, "An equivalent block method for computing fatigue crack growth," *Int. J. Fatigue*, vol. 30, 2008, pp. 1529-1542.
- [48] I. V. Singh, B. K. Mishra, S. Bhattacharya y R. U. Patil, "The numerical simulation of fatigue crack growth using extended finite element method," *Int. J. Fatigue*, vol. 36, 2012, pp. 109-119.
- [49] H. Pathak, A. Singh y I. V. Singh, "Fatigue crack growth simulations of 3-D problems using XFEM," *Int. J. Mech. Sc.*, vol. 76, 2013, pp. 112-131.
- [50] N. Ranganathan, F. Chalon y S. Meo, "Some aspects of the energy based approach to fatigue crack propagation," *Int. J. Fatigue*, vol. 30, 2008, pp. 1921-1929.
- [51] T. Belytschko y T. Black, "Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing," *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol. 45, 1999, pp. 601-620.
- [52] N. Moës, J. Dolbow y T. Belytschko, "A finite element method for crack growth without remeshing," *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol. 46, 1999, pp. 131-150.
- [53] E. Giner, "Estimación del error de discretización en el cálculo del factor de intensidad de tensiones mediante elementos finitos." Tesis de Ph.D., Dept. Ing. Mecánica y de Materiales, Univ. Politécnica Valencia, Valencia, 2001.
- [54] R. H. Gallagher, "A review of finite element techniques in fracture mechanics," in *Proc. 1st Int. Conf. Num. Meth. Frac. Mech.*, 1978, pp. 1-25.
- [55] S. K. Chan, I. S. Tuba y W. K. Wilson, "On the finite element method in linear fracture mechanics," *Eng. Frac. Mech.*, vol. 2 (1), 1970, pp. 1-17.
- [56] D. R. J. Owen y A. J. Fawkes, *Engineering Fracture Mechanics: Numerical Methods And Applications*, Swansea: Pineridge Press, 1983.

- [57] I. S. Raju y J. C. Newman Jr., "Stress-intensity factors for a wide range of semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 11, 1979, pp. 817-829.
- [58] J. R. Rice, "A Path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks," *J. App. Mech.*, vol. 35 (2), 1968, pp. 379-386.
- [59] A. R. Maligno, S. Rajaratnam, S. B. Leen y E. J. Williams, "A three-dimensional (3D) numerical study of fatigue crack growth using remeshing techniques," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 77, 2010, pp. 94-111.
- [60] T. Rabczuk, S. Bordas y G. Zi, "On three-dimensional modelling of crack growth using partition of unity methods," *Comp. & Struc.*, vol. 88, 2010, pp. 1391-1411.
- [61] M. Nani Babu, C.K. Mukhopadhyay, G. Sasikala, B. Shashank Dutt, S. Venugopal, S. K. Albert, A.K. Bhaduri y T. Jayakumar, "Fatigue crack growth characterisation of RAFM steel using acoustic emission technique," *Procedia Engineering*, vol. 55, 2013, pp. 722-726.
- [62] K-F. Nilsson, S. Ripplinger, A. Ruiz, M. Bruchhaussen, B. Fischer y M. Gupta, "Analysis of crack morphologies and patterns from thermal fatigue using X-ray tomography," *Procedia Materials Science*, vol. 3, 2014, pp. 2180-2186.
- [63] R. de Borst, "Numerical aspects of cohesive-zone models," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 70, 2003, pp. 1743-1757.
- [64] B. Yang, S. Mall y K. Ravi-Chandar, "A cohesive zone model for fatigue crack growth in quasibrittle materials," *Int. J. Solids Structures*, vol. 38, 2001, pp. 3927-3944.
- [65] A. Ural, V. R. Krishnan y K. D. Papoulia, "A cohesive zone model for fatigue crack growth allowing for crack retardation," *Int. J. Solids Structures*, vol. 46, 2009, pp. 2453-2462, 2009.
- [66] J. Planas, M. Elices, G. V. Guinea, F. J. Gómez, D. A. Cendón y I. Arbilla, "Generalizations and specializations of cohesive crack models," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 70, 2003, pp. 1759-1776.
- [67] P. Beaupaire y G.I. Schueller, "Modeling of the variability of fatigue crack growth using cohesive zone elements," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 78, 2011, pp. 2399-2413.
- [68] M. Elices, G. V. Guinea, J. Gómez y J. Planas, "The cohesive zone model: advantages, limitations and challengers," *Eng. Fract. Mech.*, 2002, vol. 69, pp. 137-163.
- [69] M. Elices, J. Planas, J. Llorc y G. Guinea, "Métodos Numéricos en la Fractura de Materiales Cohesivos," en *Fractura Cohesiva*. Madrid, España: Universidad Politécnica de Madrid, 2001.



**Libardo Vicente Vanegas-Useche** nació en Pereira, Risaralda, el 20 de mayo de 1972. Se graduó como Ingeniero Mecánico en la Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira (Colombia) en 1994. Obtuvo el grado de M.Sc. en Advanced Manufacturing Technology and Systems Management en la University of Manchester, Manchester (Reino Unido) en 1999. Obtuvo el grado de Ph.D. en Mechanical Engineering en la University of Surrey, Guildford (Reino Unido) en 2008.

Fue Ingeniero de Fábrica en el Ingenio Central Sicarare S.A. y se desempeñó como Docente de Laboratorio y Elaborador de Páginas Web Educativas en la University of Surrey. Actualmente es Profesor Titular en la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Tecnológica de Pereira, La Julita, Pereira (Colombia). Fue Director del Primer Congreso Internacional sobre Tecnologías Avanzadas de Mecatrónica, Diseño y Manufactura AMDM en el año 2012. Ha publicado más de 50 trabajos científicos. Sus intereses de investigación incluyen mecánica de fractura, fatiga, diseño mecánico y modelado de elementos mecánicos mediante el método de elementos finitos.



**Ángel Andrés Andrade Morales** nació en Armenia, Quindío, el 21 de julio de 1989. Se graduó como Ingeniero Mecánico en la Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira (Colombia) en 2014. Obtuvo distinción como mejor Icfes Saber pro en Ingeniería Mecánica a nivel nacional. Fue Supervisor Electromecánico en la empresa Busscar de Colombia. Es Investigador activo en el área de gestión energética, gestión de residuos, ciencias térmicas y diseño. Es Estudiante de segundo año de la Maestría en Ingeniería Mecánica de la Universidad Tecnológica de Pereira.



**Wilfor Alejandro Mosquera Velásquez** nació en Pereira, Risaralda, el 20 de agosto de 1989. Se graduó como Ingeniero Mecánico en la Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira (Colombia) en 2012. Fue estudiante distinguido por obtener promedio de carrera de 4.2. Fue Supervisor del Área de Troquelado y de Inyección de Plásticos de Suzuki Motor de Colombia S.A. Actualmente es Estudiante de segundo año de la Maestría en Ingeniería Mecánica de la Universidad Tecnológica de Pereira.